

B. Sc. (First Year) Annual Openbook Examination, 2021

MATHEMATICS

नोट : प्रत्येक खण्ड को पृथक्-पृथक् उत्तर-पुस्तिका में लिखना अनिवार्य है।

Note: Each section is compulsorily written on separate answer sheet.

A-457

खण्ड-‘अ’ प्रश्न-पत्र : प्रथम / Section-‘A’ Paper : First

ALGEBRA & TRIGNOMETRY

Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: All questions are compulsory. All question carries equal marks.

1. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ के आइगन मान, व आइगन सदिश ज्ञात कीजिए।

Find eigen values and eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

2. आव्यूह A का कैली-हैमिल्टन प्रमेय से व्युत्क्रम (A^{-1}) ज्ञात कीजिए, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Find the inverse (A^{-1}) of the matrix A by Cayley-Hamilton theorem where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

3. समीकरण $3x^3 - 26x^2 + 52x - 24 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए जो गुणोत्तर श्रेणी में है।

Find the roots of the equation

$$3x^3 - 26x^2 + 52x - 24 = 0$$

which are in geometric progression.

4. सत्यता सारणी से साहचर्य नियम $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ को सिद्ध कीजिए।

Prove the associative law $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ by truth table.

5. यदि $x_r = \cos(\pi/2) + i \sin(\pi/2)$ तब सिद्ध कीजिए कि अनन्त गुणन $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots$ का मान -1 है।

If $x_r = \cos(\pi/2) + i \sin(\pi/2)$ then prove that the value of infinite product $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots$ is -1 .

A-458

खण्ड-ब प्रश्न-पत्र : द्वितीय / Section-B Paper : Second

(Calculus & Differential Equations)

Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर अधिकतम 800 शब्दों में दें।

Note: Attempt all questions. All questions carry equal marks. Each question must be answered in maximum 800 words.

1. सिद्ध कीजिए—

$$\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

Prove that :

$$\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

2. यदि $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ तब सिद्ध कीजिए कि बिन्दु t पर वक्रता त्रिज्या $4a \cos \frac{t}{2}$ है।

If $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ then prove that radius of curvature at the point t is $4a \cos \frac{t}{2}$.

3. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the complete area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

4. हल कीजिए—

$$\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

Solve :

$$\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

5. अवकल समीकरण

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} + 9y = 40 \sin 5x$$

को हल कीजिए।

Solve the differential equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} + 9y = 40 \sin 5x$$

A-459

खण्ड-‘स’ प्रश्न-पत्र : तृतीय / Section-‘C’ Paper : Third

VECTOR ANALYSIS & GEOMETRY

Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर अधिकतम 800 शब्दों में दीजिए।

Note : All questions are compulsory. All questions carry equal marks. Each question must be answered in maximum 800 words.

1. $\phi = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ का दिक् अवकलज बिन्दु $P(1, 1, -1)$ पर सदिश $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ की दिशा में ज्ञात कीजिए तथा बिन्दु पर दिक् अवकलज के महत्तम मान को भी ज्ञात कीजिए।

Find the directional derivative of $\phi = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ at the point $P(1, 1, -1)$ in the direction of the vector $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$. Also find the maximum value of directional derivative at P .

2. दर्शाइए कि—

$$\iint_s (ax\hat{i} + by\hat{j} + cz\hat{k}) \cdot \hat{n} ds = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$$

Show that :

$$\iint_s (ax \hat{i} + by \hat{j} + cz \hat{k}) \cdot \hat{n} \, ds = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$$

3. शांकव का अनुरेखण कीजिए—

$$17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$$

Trace the conic :

$$17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0 .$$

4. यदि $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ शंकु $5yz - 8zx - 3xy = 0$ की तीन परस्पर लम्बवत जनकों के एक समुच्चय में से एक है, तो अन्य दो समीकरणों को ज्ञात कीजिए।

If $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ represents one of a set of three mutually perpendicular generators of the cone $5yz - 8zx - 3xy = 0$, then find the equation of the other two.

5. सिद्ध कीजिए कि किसी दिए हुए बाह्य बिन्दु से सकेन्द्र शांकवज पर छः अभिलम्ब खींचे जा सकते हैं।

Prove that from any external point, six normals can be drawn to a conicoid.